Diss. Würzburg
1904.

H. A. Nanu.

ZUR PSYCHOLOGIE DER ZAHLAUFFASSUNG.

INAUGURAL-DISSERTATION
VERFASST UND DER
HOHEN PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
DER
KGL. BAYER. JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG
ZUR
ERLANGUNG DER DOCTORWÜRDE
VORGELEGT
AM 17. MAI 1904
VON

HELENE ALEXANDER NANU
AUS
JASSY (RUMÄNIEN).

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

WÜRZBURG.
C. J. BECKER'S UNIVERSITÄTS-BUCHDRUCKEREI.
1904.

Meinen

lieben Eltern gewidmet.

I.

Aufgabe und Litteraturbericht.

Der Zweck dieser Untersuchung war die Beantwortung der Frage, wieviel simultane und succesive Reize auf ihre Anzahl richtig beurteilt werden können, ohne dass eine Zählung stattfindet; auch sollten die für den Ausfall dieser Beurteilung massgebenden Bedingungen wenigstens teilweise untersucht werden.

Experimente, welche geeignet erscheinen dieses Problem teilweise zu fördern, hat, soviel ich sehe, zuerst *Cattell*[1]) ausgeführt. Er bot dem Beobachter mehrere Linien während einer Expositionszeit von 10 σ. Nach jedem Versuch musste der Reagent die scheinbare Anzahl der Linien zu Protokoll geben. Hierbei zeigte sich, dass der Beobachter höchstens

[1]) Philos. Stud. Bd. III (1886) S. 94 bezw. 121 ff.

Vergl. Schumann, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. der Sinnesorg. Bd. I (1890) S. 75 ff.

S. ähnliche Versuche: Wirth, Philos. Stud. Bd. XX (1902) S. 655 ff.

4 - 5 Linien in ihrer Anzahl richtig abzuschätzen vermochte und dass die wirkliche Anzahl meistens unterschätzt, seltener überschätzt wurde. Der mittlere Fehler war der Anzahl der Linien proportional. Obgleich die Untersuchungen von *Cattell* von sehr zweifelhaften theoretischen Voraussetzungen über den sogenannten Bewusstseinsumfang ausgingen, sind sie trotzdem offenbar für die Beantwortung unserer Frage von Bedeutung.

Die übrigen Untersuchungen, welche sich an den Begriff des Bewusstseinsumfanges ansschliessen, geben an sich keine direkte Antwort auf unser Problem. So haben auch die Untersuchungen von *Dietze*[1]) für uns eine höchstens indirekte Bedeutung. *Dietze* brachte mit Hülfe des Metronoms zwei aufeinanderfolgende Reihen von Schalleindrücken hervor, die zweite Reihe enthielt gleichviel oder mehr oder weniger Metronomschläge als die erste. Der Beobachter musste, ohne zu zählen, nach Anhören der beiden Reihen eines der Urteile „Gleich,“ „Kleiner“ oder „Grösser“ abgeben. Es zeigte sich, dass die Fähigkeit des Beobachters richtige Urteile zu fällen, durchaus von der Successionsgeschwindigkeit der Pendelschläge abhängt. Als günstigste Geschwindigkeit erwies sich der Fall, dass die Dauer eines Metronomschlages und des darauffolgenden Intervalls 0,2 — 0,3 Sekunden betrug. Sämtliche Beobachter hatten eine unüberwindliche Neigung zwei oder mehr aufeinanderfolgende Schläge in Gruppen zusammenzufassen. Wurden Gruppen à zwei gebildet,

---

[1]) Dietze Philos. Stud. Bd. II (1885) S. 362 ff.

so konnten höchstens 16, wurden grössere Gruppen gebildet, höchstens 40 aufeinanderfolgende Pendelschläge beurteilt werden. Wenn die erste der beiden zu vergleichenden Anzahlen gradzahlig war, wurde sie im allgemeinen richtiger beurteilt, als wenn sie ungeradzahlig war. Obgleich es offenbar etwas ganz anderes ist einesteils zwei aufeinanderfolgende Reihen von Metronomschlägen auf ihre Grösse zu beurteilen und anderseits anzugeben, wieviel Metronomschläge eine Reihe enthält, so ist es für unser Problem doch von Wichtigkeit zu untersuchen, ob die an zweiter Stelle angeführte Aufgabe, die dem engeren Rahmen unseres Problems angehört, zu denselben Resultaten führt wie die erste, welche *Dietze* zu lösen suchte.

Lay[1]) führte Untersuchungen mit Schulkindern des ersten Schuljahrs aus und gelangte zu dem Ergebnis, dass die räumliche Anordnung für die Entstehung der Zahlvorstellung vorteilhafter ist als die zeitliche. Eine Erleichterung tritt für die letztere ein, wenn Rhythmik hineingebracht wird. Bei einer Vergleichung der Reihen und Gruppenbilder für die Erzeugung der Zahlvorstellung fand *Lay*, dass die Kinder nicht mehr als drei auf der russischen Rechenmaschine nebeneinander befindlichen Kugeln ohne Zählen richtig auf ihre Anzahl beurteilen konnten. Bei quadratischer Anordnung der Kugeln konnten über 10 Einheiten richtig aufgefasst werden. Ebenso stellte er vergleichende Versuche über die quadratischen Zahlbilder und die Darstellung der Zahlen durch Striche und Finger an. Das Resultat war, dass die

[1]) Lay, Führer durch den ersten Rechenunterricht (1898), S. 55 f.

Veranschaulichung der Zahlen durch Strichreihen und Finger ungünstig war. Daher zog *Lay* den Schluss: die Auffassung der Dinge in Reihenform bietet mehr Schwierigkeiten als diejenige in Gruppenform.

Ferner stellte *Warren*[1]) Experimente an um die verschiedenen Arten der Zahlauffassung zu untersuchen. Warren gebrauchte die Methode der Reactionszeiten. Die Dauer der Reaction sollte ein Zeichen sein für die Camplexität der bei der Auffassung stattfindenden Prozesse. Er ging von der Voraussetzung aus, dass soweit die Reactionszeit für grössere Zahlen dieselbe wie für Reizzahl 1 bleibe, soweit auch eine simultane Zeitauffassung reiche; werde die Reaction länger, dann sei anzunehmen, dass andere Prozesse stattfänden und die Zahlauffassung eine succesive sei. Die Ractionen waren Mund- und Handreactionen. Doch sind die von *Warren* mitgeteilten Resultate nicht einwandsfrei. Die Handreactionen stellte er selbst in Frage, denn da die Beobachter beliebig lang die Reize betrachten konnten, war nicht immer eine succesive Auffassung ausgeschlossen. Nicht weniger, meine ich, war eine solche Auffassung bei Mundreactionen möglich, Hier war zwar die Expositionszeit nicht mehr eine unbestimmte, sondern betrug 131 σ. In dieser Zeit bot er den Beobachtern 1—8 Kreisflächen in einem Kreise angeordnet. Unter diesen

---

[1]) Warren, Princeton Contributions to Psychologie. Bd. II. No. 3 (1898).

Bedingungen fand Warren, dass von Erwachsenen 3 Gesichtsreize simultan und 5 succesiv auf ihre Anzahl hin ohne Zählen richtig aufgefasst werden können, mit der Bemerkung, dass manchmal die simultane Auffassung bis 5 gehen kann, das heisst, dass noch 5 Gesichtsreize mit derselben Reactionsdauer aufgefasst werden können wie Reizzahl 1, wobei freilich besondere Anstrengungen der Aufmerksamkeit vorausgesetzt sind. Gegen diese Behauptung liese sich einwenden, das die Expositionszeit von 131 σ nicht kurz genug ist, damit nicht zwei oder drei Punkte succesiv aufgefasst seien, diese Zeit schliesst auch Wanderungen der Aufmerksamkeit nicht aus[1]).

Neuerdings hat auch *Messenger*[2]) über das eingangs dieser Arbeit aufgestellte Problem Versuche mitgeteilt, indem er speziell die Frage zu beantworten bezweckte, worin die Erleichterung der Zahlauffassung durch Figuren besteht. Er fand, dass weder die Complexität der Figuren, noch der durch dickere oder dünnere Linien der Figur verliehene Eindruck der Schwärze, noch die Richtung der dargebotenen Gesichtsreize von Einfluss seien, sondern dass nur die Form der Figur als ein Ganzes das wichtigste Moment für die Auffassung sei. Diese Schrift von *Messenger* identifiziert leider die Leichtigkeit des Zahlurteils mit dessen Genauigkeit, ohne der Bedeutung der verhältnismässigen Anzahl der richtigen und falschen Urteile genügend gerecht zu

---

[1]) Vergl. Wundt in Phil. Stud., Bd. 15 (1900) S. 307 ff.

[2]) Messenger, The Psychological Review Monograph Supplement Bd. V S. 16 ff. 1903.

werden. Nur indem er diese Tatsache unberücksichtigt lässt, berechtigen ihn seine Versuche den Schluss zu ziehen, dass die Regelmässigkeit der Figuren gegenüber der Unregelmässigkeit kein erleichternder Factor für die Auffassung ist. Immerhin ist die Feststellung von Interesse, dass für verschiedene gesehene Punkte die Grösse der Überschätzungen mit der Grösse der Punkte und ihrer Entfernung von einander zunimmt.

II.

Eigene Versuche.

Unsere eigenen Versuche, wurden zum Teil mit akustischen, zum Teil mit optischen Reizen angestellt: die akustischen Experimente bezogen sich auf successive, die optischen auf simultane Reize.

I. Akustische Versuche.

Bei den akustischen Versuchen benutzten wir wie *Dietze* das Metronom, wobei indessen das Pendel jeweils mit der Hand losgelassen und arretiert wurde, ein Verfahren, das vollständig ausreichte und die *Dietze*'sche elektromagnetische Loslassung und Arretierung in keiner Weise vermissen liess. Das Metronom erzeugte bei jedem Versuch eine bestimmte, dem Beobachter unbekannte Anzahl von Pendelschlägen, welche nach einem dem Beobachter gleichfalls unbekannten Schema variirt wurden; das Laufgewicht des Metronoms war so eingestellt, dass ein Schlag und der darauffolgende Zwischenraum ca 0.56

Sekunden dauerten, was sich aus einer jeweils vor und nach dem Experimentieren mit Hülfe der Fünftelsekundenuhr vorgenommenen Gruppe von Ablesungen ergab. Der Beobachter musste unter möglichster Vermeidung von Gruppenbildung die Pendelschläge, ohne sie zu zählen, anhören und am Schlusse des Versuchs deren Anzahl angeben. Ferner hatte er bei diesen wie bei allen im folgenden mitzuteilenden Versuchen die Aufgabe seine Erlebnisse während der Beobachtung und der Zeit der Abgabe des Urteils zu Protokoll zu geben. In der ersten Gruppe dieser Versuche, die aus 80 Einzelversuchen besteht, wurden den zwei Beobachtern, den Herrn Dr. *Dürr* und *Watt* 1 – 20 Metronomschläge geboten; in der zweiten Gruppe, die 160 Versuche enthält, wurden den Beobachtern Mr. *Abbott* und Frl. *Borst* 1—40 Metronomschläge geboten. Über eine aus dem Protokoll zu diesen Versuchen sich ergebende Tatsache soll später berichtet werden.

Die numerischen Resultate dieser Versuche sind in den folgenden Tabellen I—VI a) und I—VI b) mitgeteilt. Die erste Kolumne der erst genannten Tabellen enthält die Anzahlen der Metronomschläge, die zweite Kolumne gibt die geschätzten Zahlen, die folgende dritte Kolumne bringt die Fälle, in denen eine rhythmische Gliederung der gehörten Reize nicht vermieden werden konnte. In den Zahlen der Kolumnen 4, 5, 6, 7, 8 der Tabellen I—VI a) sind zusammengefasst: in 4 die Anzahlen der richtigen Urteile, in 5 und 6 die Anzahlen der Urteile, in welchen die Reizanzahl überschätzt bzw. unterschätzt wurde, in 7 und 8 die Mittelwerte, um welche

Tabelle I a) Vp. *Dürr.*

Reiz-zahl	Geschätzte Zahl	Zahl der Gruppen-bildung	r in %	Anzahl der Ueber-schätz-ungen in %	Anzahl der Unter-schätz-ungen in %	Grösse der Ueber-schätz-ungen	Grösse der Unter-schätz-ungen
1	1 1	0					
2	2 2	0					
3	3 3	1	10/100	0	0	0	0
4	4 4	0					
5	5 5	1					
6	6 6	2					
7	7 7	2					
8	8 8	2	10/100	0	0	0	0
9	9 9	2					
10	10 10	2					
11	11 11	2					
12	12 12	2					
13	13 13	2	10/100	0	0	0	0
14	14 14 16	2					
15	15 15	2					
16	16 17	2					
17	15 17	1					
18	18 20	2	7/70	2/20	1/10	3	2
19	19 19	2					
20	20 20	2					

Tabelle II a) Vp. *Watt.*

1	1 1	0					
2	2 2	0					
3	3 3	1	10/100	0(0)	0	0	0
4	4 4	1					
5	5 5	1					
6	6 6	0					
7	7 7	0					
8	8 8	0	8/80	1/10	1/10	1	1
9	9 9	0					
10	11 9	0					
11	11 11	1					
12	14 9 10	1					
13	13 11	1	4/44,4	1/11,1	4/44,4	2	7,5
14	13 11	1					
15	14 15	1					
16	16 13	1					
17	19 17	2					
18	17 17	2	3/33,3	1/11,1	5/55,5	2	8
19	— 17	1					
20	18 20	2					

Tabelle III a) Vp. *Borst.*

Reizzahl	Geschätzte Zahl	Zahl der Gruppenbildung	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
1	1 1	0					
2	2 2	0					
3	3 3	0	10/100	0	0	0	0
4	4 4	0					
5	5 5	0					
6	6 6	1					
7	7 7	2					
8	8 8	2	10/100	0	0	0	0
9	9 9	2					
10	10 10	2					
11	11 11	2					
12	12 12	2					
13	13 13	2	8/80	1/10	1/10	5	1
15	14 19	2					
	15 14	2					
16	16 16	2					
17	17 16	2					
18	18 18	2	8/80	1/10	1/10	4	5
19	19 23	2					
20	16 20	2					

Tabelle IV a) Vp. *Abbott.*

Reizzahl	Geschätzte Zahl	Zahl der Gruppenbildung	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
1	1 1	0					
2	2 2	0					
3	3 3	0	10/100	0	0	0	0
4	4 4	0					
5	5 5	1					
6	6 6	0					
7	7 7	0					
8	8 8	1	10/100	0	0	0	0
9	9 9	1					
10	10 10	0					
11	11 11	1					
12	12 9	1					
13	13 13	2	7/70	0	3/30	0	3
14	12 14 13 15	0					
15	15 15	1					
16	16 16	2					
17	17 —	1					
18	16 18 18	2	6/66,7	1/10	2/22,2	2	2
19	17 18 19	2					
20	20 20 24	2					

Tabelle V a) Vp. *Borst.*

Reiz-zahl	Geschätzte Zahl	Zahl der Gruppen-bildung	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
21	25 23	2					
22	22 22	2					
23	23 —	1	4/51,1	3/42,9	0	7	0
24	32 24 —	1					
25	25 —	1					
26	26 22	2					
27	— 24	1					
28	24 20	2	3/33,3	2/22,2	4/44,4	11	13
29	29 33	2					
30	30 37	2					
31	30 31	2					
32	32 32	2					
33	33 34	2	5/55,6	3/33,3	1/11,1	4	1
34	34 35	2					
35	37 —	1					
36	36 38	2					
37	37 37	2					
38	— 34	1	5/55,6	1/11,1	3/33,3	2	22
39	33 39	2					
40	28 40	2					

Tabelle VI a) Vp. *Abbott.*

Reiz-zahl	Geschätzte Zahl	Zahl der Gruppen-bildung	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
21	18 20 —	1					
22	— 22	1					
23	23 21 23	2	3/50	1/16,7	2/33,3	1	4,5
24	20 21 —	1					
25	— 25	1					
26	26 16	1					
27	27 18 20	2					
28	— 26	1	2/25	1/12,5	5/62,5	6,5	23,25
29	31 40 —	1					
30	24 29 30	2					
31	— 21 23	1					
32	28 36 —	1					
33	— 34	1	2/40	1/20	2/40	1	13
34	34 34	2					
35	— —	0					
36	21 22 23 36	2					
37	32 —	1					
38	34 33 —	1	1/20	0/0	4/80	0	26,5
39	36 —	1					
40	— —	0					

Tabelle I b) Vp. *Dürr.*

	r in %	Zahl der Ueber-schätzungen in %	Zahl der Unter-schätzungen in %	Grösse der Ueber-schätzungen	Grösse der Unter-schätzungen
Ungerade Reizzahlen	19/95	0/0	1/5	0	2
Gerade Reizzahlen	18/90	2/10	0/0	3	0

Tabelle II b) Vp. *Watt.*

Ungerade Reizzahlen	15/78,9	1/5,3	3/15,8	2	5
Gerade Reizzahlen	10/50	2/10	7/35	3	11,5

Tabelle III b) Vp. *Borst.*

Ungerade Reizzahlen	17/85,0	1/5,0	2/10,0	4	2
Gerade Reizzahlen	18/90,0	1/5,0	1/5,0	5	4

Tabelle IV b) Vp. *Abbott.*

Ungerade Reizzahlen	18/94,7	0/0,0	1/5,3	0	1,5
Gerade Reizzahlen	15/75,0	1/5,0	4/20,0	2	5

Tabelle V b) Vb. *Borst.*

Ungerade Reizzahlen	8/50,0	5/31,2	3/18,8	10	1,5
Gerade Reizzahlen	9/50,0	4/22,2	5/27,8	2	5

Tabelle VI b) Vp. *Abbott.*

Ungerade Reizzahlen	3/27,3	3/27,3	5/45,4	8,5	27
Gerade Reizzahlen	5/38,5	0/0,0	8/62 5	0	40,25

die Reize überschätzt bzw. unterschätzt wurden, für die Reizanzahlen von 1—5, 6—10, 11—15, 16—20. In denselben Kolumnen der Tabellen V—VI a) sind zusammengefasst dieselben Werte, aber für die Reizanzahlen von 21—25, 26—30, 31—35, 36—40.

Diese Tabellen lehren, dass ein Beobachter (Herr Dr. *Dürr*) 1—15, ein anderer (Frl. *Borst*) 1—13 und alle zusammen 1—11 Schallreize in allen Fällen auf ihre Anzahl richtig beurteilten. Ferner zeigen sie, dass auch grössere Reizanzahlen, wie z. B. bei Beobachterin Frl *Borst* 22, 32, 36, 39 richtig geschätzt werden können, und dass richtige Zahlangaben selbst bei einer Reizanzahl von 40 noch vorkommen. Ebenso ersieht man aus den Kolumnen 5, 6, 7, 8 dieser Tabellen, dass das nicht richtig geurteilt wird, meistenteils unterschätzt wird. Wichtig sind die Erlebnisse, auf Grund deren die Zahlangaben gemacht worden sind. Man kann nämlich unterscheiden Erlebnisse, die während der Beobachtung stattfanden, dann solche, die während der Beobachtung und Abgabe des Urteils folgten, und endlich Erlebnisse, die das Urteil selbst begleiteten. Das Rhythmisiren ist als Haupterlebnis während des Anhörens der Reihe bei allen Beobachtern zu erwähnen. Aus Kolumne 3 der Tabellen I—IV a) ergeben sich Unterschiede bezüglich des Zwanges zu rhythmischer Gruppenbildung bei den verschiedenen Versuchspersonen. Bei Beobachter Dr. *Dürr* erschien das Rhythmisiren zuerst bei 3 wie eine Versfigur Amphimacer oder Creticus (-υ-), um dann bei Schlaganzahl 5 wieder einzusetzen, wo der Beobachter

bemerkt, dass das Atmen dem Rhythmus angepasst wird. Von Schlaganzahl 6 an wird das Rhythmisiren zur Regel. Das Rhythmisiren erfolgt gewöhnlich in Gruppen à 2 mit einer Betonung der einzelnen Gruppen in jambischer oder trochäischer Form. Ausserdem wurden bei grösseren Schlaganzahlen grössere Gruppen gebildet à 6, oder 4, 8, 9, 12, auch hier mit besonderer Betonung einzelner Schläge, etwa der 3. 9. u. s. f. Bei Schlaganzahl 19 wurde rhythmisirt in Gruppen zu 2, wobei die ganze angehörte Reihe in zwei Teile zerfiel, in deren ersten jambisch, in deren zweiten trochäisch betont wurde. Öfters gesellten sich in den unterschiedenen Gruppen Zahlvorstellungen, die entweder akustisch oder motorisch oder graphisch waren.

Ebenso vermag Beobachterin *Borst* bei Reizzahlen, die grösser als 9 waren, der Neigung zu rhythmischer Gliederung Gehörseindrücke niemals zu widerstehen. Bei kleineren Schlaganzahlen wie etwa bis 12, wurden Gruppen á 2 zusammengefasst, von hier ab abwechselnd à 2 und 4 bis etwa Schlaganzahl 25, um dann von hier aus nur in Gruppen à 8 rhythmisirt zu werden. Anders die Beobachter *Watt* und *Abbott*. Hier kommen auch bei grösseren Reizanzahlen Fälle vor, wo die Gruppenbildung nur eine teilweise ist oder ganz wegfällt. Bemerkenswert ist das Verhalten des Beobachters *Abbott*. Diesem gelang es 10—12 Metronomschläge unrhythmisirt zu hören, deshalb fasste er mit Eintritt grösserer Schlaganzahlen diese als aus zwei Teilen bestehend auf, von denen der eine aus 10, 12 und manchmal auch aus 16 unbetonten sicher wahrgenommenen Einzel-

schlägen bestand, der andere aus einer Anzahl in Gruppen zusammengefasster Schläge.

Die Unterdrückung des Rhythmisirens gelang den genannten Beobachtern durch besondere Hülfsmittel, wie tiefes Atmen oder Fixiren der Augen.

In der Controverse zwischen *Wundt*[1]) und *Schumann*[2]), von denen jener die Notwendigkeit rhythmischer Gliederung akustischer, regelmässig aufeinanderfolgender Eindrücke, dieser die Möglichkeit singulärer Auffassung der einzelnen Tactschläge behauptet, erlauben uns also unsere Versuche zu Gunsten des letzteren Stellung zu nehmen. Im übrigen bestätigen unsere Ergebnisse das, was *Dietze*, *Schumann* und andere übereinstimmend gefunden haben, dass nämlich rhythmische Gliederung die richtige Auffassung einer grösseren Anzahl von Schalleindrücken wesentlich begünstigt. Es zeigt sich nicht nur, dass diejenigen Versuchspersonen die grösste Anzahl von Eindrücken richtig zusammenfassen können, die der Neigung zum Rhythmisieren nachgeben, sondern auch dass die grössten Gruppen von Schallreizen richtig aufgefasst werden, wenn eine möglichst weitgehende Rhythmisierung, eine Gruppenbildung nicht nur à 2 sondern à 4, 6 und 8 stattfindet. Zugleich zeigt freilich beispielweise Tabelle II, das noch 10 Eindrücke ohne Rhythmisierung ein stets richtiges Urteil über ihre Anzahl zulassen.

---

[1]) Phil. Stud., VI. S. 250 ff. VII. S. 222.

[2]) Schumann, Zeitschr. f. Psychol. u. Physiol. d. Sinnesorgane I, S. 75, II, S. 115.

Ein anderes Resultat meiner Versuche spricht auch gegen *Dietze*. *Dietze* fand nämlich für eine mögliche Zusammenfassung der Eindrücke die Beschaffenheit der Zahl der Eindrücke als ein wichtiges Moment, und zwar sollte eine gerade Zahl von Reizen einer ungeraden gegenüber den Vorzug für ihre Auffassung besitzen. Die Ergebnisse meiner Versuche bestätigen diesen Befund nicht, wie aus den Tabellen I—VI b) zu ersehen ist. In diesen enthalten die sechs Kolumnen von links nach rechts die zusammengefassten Werte der Anzahl richtiger Urteile, der Anzahl der Überschätzungen bzw. der Unterschätzungen, der Grösse der Überschätzungen und Unterschätzungen und zwar in den Tabellen I—IV b) für die Reizzahlen von 1—20, in V und VI b) für Reizzahlen 21—40. Die zweite Rubrik in diesen Tabellen zeigt, dass eine solche Bevorzugung nicht stattfand, da die Anzahl der richtigen Urteile für ungerade Zahlen, wenn auch nur wenig, diejenige für gerade übertrifft. Eine Bevorzugung der geraden Zahlen, wie aus der Rubrik der geschätzten Zahlen in den Tabellen I—VI a) zu sehen ist, lässt sich konstatieren nur in dem Sinne, dass die Beobachter in den Fällen, wo nicht richtig geurteilt wurde, von diesen mehr Gebrauch gemacht haben, als von ungeraden. Endlich ist zu erwähnen, wie Kolumnen 4 und 5 in Tabellen I—VI b) zeigen, dass die geraden Zahlen stärker und um grössere Werte unterschätzt worden sind als die ungeraden.

Im Anschluss an die gruppierte oder nicht gruppierte angehörte Reihe der Eindrücke folgte das reproduzierte Zahlurteil entweder als unmittel-

bares oder mittelbares Wissen auf Grund von Erinnerungsvorstellungen oder unabhängig von diesen. Erinnerungsvostellungen sind nämlich die Erlebnisse, die sich zwischen Anhören der Reihe und der Abgabe des Zahlurteils einschoben und die eine verschiedene Rolle bei den verschiedenen Beobachtern spielen. Erinnerungsvorstellungen treten bei Beob. Dr. *Dürr* schon mit Schlaganzahl 1 auf und sind dann weiter zu beobachten bei 2, 2, 3, 3, in einem Falle behauptet hier der Beobachter, es sei die successiv gehörte Reihe in einer Erinnerungsvorstellung simultan gegeben, dann bei 4, 5, 5, 6, 7, 9, 9, 13, 14, 10: hier sagt der Beobachter, die Reproduktion sei mit Gruppenbildung von 6+4 erfolgt. Bei 16 findet einmal Reproduction der Metronomschläge statt, bis die reproduzierte Gruppe ungefähr so lang erscheint, wie die gehörte. Ebenso bei 16 werden Gruppen à 6 innerhalb der Reproduktion gebildet.

Doch steht bei Beobachter *Dürr* die Richtigkeit der Urteile in keiner Abhängigkeit von der unternommenen Reproduktion, denn es treten ebensoviele richtige Urteile ein, wo keine Reproduktion stattgefunden hat, und dann erklärte der Beobachter sehr oft, das Urteil wäre bereits da, und trotzdem folgte die Reproduktion. Anders verhält sich Beobachterin *Borst*. Die Richtigkeit der Urteile zeigt sich bei ihr abhängig von der jedesmal eintretenden Reproduktion. Bei Schlaganzahl 7 wurden zuerst Erinnerungsvorstellungen bemerkt, von hier aus wird die Reproduktion zur Regel, ebenso wie das Rhythmisieren von 6 an zur Regel geworden war.

Beobachterin sagt, sie versuchte sich während des Hörens vom Zählen zu befreien, indem sie nicht die ganze Aufmerksamkeit auf das Hören der Schläge richtet. Dabei hört sie alles ganz genau, hält es aber für notwendig die Reproduktion zu unternehmen, um ein zuverlässiges Urteil abgeben zu können. Soweit die Reproduktion reicht, soweit reicht auch die Richtigkeit der gemachten Angaben.

Eine geringere Rolle spielen die Erinnerungsvorstellungen bei Beobachtern *Abbott* und *Watt*. Bei dem ersten sind zu bemerken nur Anfänge einer Reproduktion im Anschluss an die Schlaganzahlen 5, 6, 7, 8, 10, 11 und 14, eine vollendete Reproduktion zugleich mit Gliederung nur bei Schlaganzahl 9; ebenso treten bei Beobachter *Abbott* sehr wenige Erinnerungsvorstellungen ein, nämlich unvollendete Reproduktionen bei Schlaganzahlen 5, 13, 14, 18, 27, 28, vollendete bei 9, 12, 12. Aus dem Gesagten geht hervor, dass auch bei diesen Beobachtern die Richtigkeit der Urteile keinen Zusammenhang mit der Reproduktion zeigt, indem viele richtige Urteile eintreten, wo keine Reproduktion erfolgte. Aus dem Protokoll ist nur soviel zu schliessen, dass die Reproduktion sich von der Gruppenbildung abhängig zeigt. Beweis dafür ist, dass sie meistenteils bei Beobachtern *Dürr* und *Borst* zu finden ist, Beobachterin *Borst* bestätigte diese Tatsache, indem sie erklärte, wenn die angehörte Reihe nicht in zu grossen Gruppen zusammengefasst werde, mache sie einen rhythmischen Eindruck, und dann könne auch die Reproduktion leichter eintreten.

Ich sagte oben, dass die Urteile entweder als unmittelbare oder mittelbare Zahlbestimmungen eintraten. Unmittelbar nenne ich diejenigen Urteile, bei denen die Zahlauffassungen bereits mit dem Anhören der Reihe vollendet waren, mittelbare diejenigen, die auf Erinnerungsvorstellungen, mathematischen Operationen und dgl. beruhten oder auf Grund folgender Erlebnisse, wie: ein Schlag weniger als 18, zwei Schläge mehr als 6, zwei Gruppen à 6 Schlägen mit Bewusstsein, dass ein Schlag fehlt, abgegeben werden.

Als unmittelbares Wissen treten bei *Dürr* die Zahlbestimmungen für die Schlaganzahlen 1, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 19, 20, als mittelbares Wissen ausser den oben erwähnten auf Grund von Erinnerungsvorstellungen abgegebenen noch folgende auf, die auf mathematischen Operationen oder ähnlichen Prozessen beruhen. Bei Schlaganzahl 7 erklärte der Beobachter: das Resultat erfolge auf Grund einer Addition; bei 8: Bewusstseinslage, welche dem Urteil entspricht, dass es 2 mehr als 6 Metronomschläge waren, bei 10 wurde das Urteil auf Grund der Überlegung abgegeben, dass mehr wie 10 Metronomschläge gehört worden sind und vielleicht eine Gruppe mehr. Ähnlich sind die Urteile für Schlaganzahlen 14, 15, 15, 17, 19 und 20.

Es ist noch zu erwähnen, dass die gemachten Angaben von einer Bewusstseinslage der Sicherheit oder Unsicherheit begleitet waren, bei Beobachter Dr. *Dürr* sind alle Urteile mit Sicherheit abgegeben worden ausser denjenigen für die Reizzahlen 20 und 16.

Bei Beobachterin *Borst* sind alle Urteile, insofern sie von Schlaganzahl 7 an auf Reproduktionen beruhen, auch von hier aus als mittelbar zu bezeichnen. Die Reproduktionen wurden immer in Gruppenbildungen vollzogen, so dass die Urteile immer in Form von Additionen oder Multiplikationen abgegeben wurden.

Die grösste Anzahl von unmittelbaren Urteilen ist bei den Beobachtern *Watt* und *Abbott* zu finden. Bei Beobachter *Watt* sind ausser den oben erwähnten Angaben, die auf Grund von Erinnerungsvorstellungen abgegeben wurden, die übrigen alle unmittelbar zu nennen. Mathematische Operationen fallen bei ihm vollständig aus. Im Unterschiede von den Beobachtern *Dürr* und *Borst*, deren Abgaben meistenteils von Bewusstseinlagen der Sicherheit begleitet sind, sind die Urteile des Beobachters *Watt* von Schlaganzahl 9 an, ausser den Urteilen für 16, 15 und 10 von Unsicherheit begleitet. Diese Tatsache erklärt sich dadurch, dass bei ihm sowohl das Rhythmisieren als auch die Reproduktion, die von *Dürr* und *Borst* zur Prüfung benutzt worden ist, keine so grosse Rolle spielen.

Bei Beobachter *Abbott* sind als unmittelbare Urteile zu nennen diejenigen, die für kleinere Zahlen abgegeben worden sind; bei grösseren trat ein unmittelbares Wissen ein und im Anschluss an einzelne Gruppen, in denen die ganze Reihe der Eindrücke zusammengefasst war, denn ich teilte oben mit, dass er die grossen Zahlen als aus zwei Teilen bestehend aufzufassen pflegte. Die erste Gruppe war unmittelbar und sicher aufgefasst, die zweite wurde auf

Grund der Überlegung, der Reproduktion, der mathematischen Operationen hinzugefügt.

Die Annahme von *Wirth*[1]), dass mit der „Zusammenfassung“ einer grösseren Anzahl von Eindrücken ein „Zahlbewusstsein“ nicht verknüpft sei, dürfte mit den eben mitgeteilten Untersuchungsresultaten kaum in Einklang zu bringen sein. Übrigens sollen in dieser Arbeit Ausdrücke wie die eben angeführten *Wirth*'schen möglichst vermieden werden, da sie nicht ohne gewisse theoretische Voraussetzungen anwendbar erscheinen. Der von uns gebrauchte Begriff des Urteils über eine gegebene Anzahl von Reizen dürfte von allen theoretischen Voraussetzungen frei sein.

2. Optische Versuche.

Bei unseren optischen Versuchen dienten als Reize leuchtende Kreisflächen, die in verschiedener Anzahl und Anordnung mittelst eines Projektionsapparates auf einem weissen Schirm entworfen wurden. Der Durchmesser dieser Kreisflächen betrug 5 cm., der Gesichtswinkel 0^0, $21'$, $29''$. Der Schirm, auf dem sie erschienen, war 4 m vom Beobachter entfernt. Die Expositionszeit der Reize betrug 33 σ. und wurde durch einen photographischen Momentverschluss geregelt. Es galt nun zunächst, den Einfluss zu bestimmen, welchen bei gleichbleibender Anordnung die Reizzahl auf das Urteil ausübt. Die Reize erschienen bei den zu diesem Zweck angestellten Versuchen in ihrer Gesamtheit jedesmal

[1]) Wirth, Philos. Stud. Bd. XX S. 557 ff.

als punktierte Linie, die sich von links oben nach rechts unten schräg durch das Gesichtsfeld erstreckte mit einer Neigung von 80° gegen den Horizont. Die Reizzahl variierte zwischen 1—20. Der Abstand der Punkte war 19 cm, wenn die Linie durch 1–16 Punkte hergestellt war, und 12 cm, wenn sie durch 16—20 dargestellt erschien, ebenso variierte ihre Länge (Ausdehnung) je nach der Anzahl der Punkte zwischen 5—300 cm. Der Beobachter blieb ganz im Unklaren, wie viel Reize er jedesmal zu erwarten hatte, und wusste auch nichts von der Maximalzahl, die zur Verwendung kam. Er wurde durch ein Signal zur Konzentration der Aufmerksamkeit und zur Fixation eines in der Mitte der zu erwartenden Reize gelegenen Punktes auf dem Projektionsschirm veranlasst. Kurz darauf erschienen die Reize. Nach deren Verschwinden hatte der Beobachter ihre Anzahl zu bestimmen und seine Erlebnisse zu Protokoll zu geben. Als Beobachter fungierten ausser den Herren Dr. *Dürr* und *Watt* Prof. *Külpe* und ich selbst. In jeder Versuchsstunde beurteilte jeder Beobachter dieselbe Reizzahl zwei Mal. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den folgenden Tabellen VII–XI(a) und VII—XI(b) niedergelegt, von denen jede die Resultate von je 40 Einzelversuchen wiedergibt. Die Einteilung dieser Tabellen ist gleich der bei den akustischen Versuchen angegebenen.

Die Kolumnen zwei der Tabellen VII—XI (a) lehren, dass die grösste Zahl von Reizen, die in allen Fällen von allen Beobachtern richtig beurteilt wurde, nicht mehr als 5 beträgt. Beobachter *Külpe* beurteilte zwar auch 9 *Reize* in beiden Fällen, wo

Tabelle VII a) Vp. *Dürr.*

Reizzahl	Geschätzte Zahl		r in %	Anzahl der Ueberschätzungen	Anzahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
			in %	in %			
1	1	1					
2	2	2					
3	3	3	9/90	0	1/10	0	1
4	4	4					
5	5	5					
6	6	6					
7	6	7					
8	7	6	3/30	0	7/70	0	5,5
9	8 9	8 9					
10	9	6					
11	9	—					
12	8	—					
13	11	—	0	0	7/10	0	13,25
14	12	10					
15	13 14	12					
16	17	15					
17	13 14	—					
18	15	15	0	1/11,3	6/85,7	1	16
19	15 16	—					
20	—	15					

Tabelle VIII a) Vp. *Nanu.*

1	1	1					
2	2	2					
3	3	3	10/100	0	0	0	0
4	4	4					
5	5	5					
6	6	6					
7	5 6	6 7					
8	8 9	8 9	5/50	1/10	4/40	1	3,5
9	9	10					
10	8	7					
11	7	11 12					
12	12 13	10 12					
13	—	15	2/25	1/12,5	5/62	2	7,25
14	12	13 14					
15	14	—					
16	12 13	17					
17	17 16	16					
18	16 18	19 20	1/11,1	2/22,2	6/66,7	2,5	16,5
19	16 17	12 11					
20	—	14					

Tabelle IX a) Vp. Prof. *Külpe.*

Reizzahl	Geschätzte Zahl		r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Gröse der Unterschätzungen
1	1	1					
2	2	2					
3	3	3	10/100	0/0	0/0	0	0
4	4	4					
5	5 6	5 6					
6	6	5					
7	6	6					
8	7	8	5/50	0/0	5/50	0	4
9	9 8	9 8					
10	10	9					
11	10	10					
12	12	10 11 12					
13	10 11 12	16	2/20	3/30	5/50	5,5	9
14	20 19 18	14 16					
15	18 17	12 14					
16	20 19 18	20 19					
17	20	20					
18	22	20 21	2/20	8/80	0/0	11,5	0
19	20	19					
20	22	20					

Tabelle Xa) Vp. *Dürr.*

1	1	1					
2	2	2					
3	3	3	10/100	0/0	0/0	0	0
4	4	4					
5	5	5					
6	6	5					
7	7	6					
8	8	6 7	4/40	0/0	6/60	0	6.5
9	8	9					
10	8	8					
11	—	—					
12	—	—					
13	—	—	0/0	0/0	0/0	0	0
14	—	—					
15	—	—					
16	—	—					
17	—	—					
18	—	—	0/0	0/0	0/0	0	0
19	—	—					
20	—	—					

Tabelle XI a) Vp. *Watt.*

Reizzahl	Geschätzte Zahl		r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
1	1	1					
2	2	2					
3	3	3	10/100	0/0	0/0	0	0
4	4	4					
5	5	5					
6	4,5	6					
7	6	6					
8	7	8	2/20	0/0	8/80	0	10,5
9	8	8					
10	8	8					
11	10	12					
12	15	—					
13	12	—	0/0	2/50	2/50	4	2
14	—	—					
15	—	—					
16	16	—					
17	—	—					
18	—	—	1/50	1/50	1/50	1	0
19	20	—					
20	—	—					

Tabelle VII b) Vp. *Dürr.*

	r in %	Zahl der Ueberschätzungen in %	Zahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
Ungerade Reizzahlen	7/43,8	0/0,0	9/5,62	0	14,75
Gerade Reizzahlen	5	1/5,6	12/66,7	1	21

Tabelle VIII b) Vp. *Nanu.*

Ungerade Reizzahlen	9/50	2/11,1	7/38,9	3	12
Gerade Reizzahlen	9/47,37	2/10,5	8/42,10	2,5	15,25

Tabelle IX b) Vp. Prof. *Külpe*.

	r in $^0/_0$	Zahl der Ueber-schätzungen in $^0/_0$	Zahl der Unter-schätzungen in $^0/_0$	Grösse der Ueber-schätzungen	Grösse der Unter-schätzungen
Ungerade Reizzahlen	9/45,0	5/25,0	6/30,0	9,5	6
Gerade Reizzahlen	10/50,0	6/30,0	4/20,0	7,5	7

Tabelle X b) Vp. *Dürr*.

Ungerade Reizzahlen	8/80,0	0 0,0	2/20,0	0	2
Gerade Reizzahlen	6/60,0	0/0,0	4/40,0	0	4,5

Tabelle XI b) Vp. *Watt*.

Ungerade Reizzahlen	6/52,9	2/14,2	6/42,9	2	4
Gerade Reizzahlen	6/54,5	1/9,1	4/36,4	4,5	4,5

ihm dieselben gezeigt wurden, richtig. Aber dies Resultat steht isoliert da, indem derselbe Beobachter bei der Beurteilung von 7 und 8 Reizen ebenso wie die übrigen Versuchspersonen bei der Auffassung aller Reizzahlen, die den Wert 5 überstiegen, Fehler beging. Es muss daher für die Entscheidung der Frage, wieviel simultan gesehene Reize noch eine richtige Zahlauffassung ermöglichen, ausser Betracht bleiben. Höchstens könnte für die Entscheidung dieser Frage noch in Betracht kommen die Tatsache, dass Reizanzahl 6 in mehr als 50% der Fälle richtig beurteilt wurde, und dass, wie aus dem Protokoll zu ersehen ist, die Urteile, die sich auf Reizanzahlen bis zu 6 bezogen, von allen Beobachtern auf Grund deutlicher Wahrnehmungen und in Verbindung mit einer Bewusstseinslage der Sicherheit abgegeben wurden. Auf Grund dieser Versuche können wir die Ansicht *Cattells*[1]) bestätigen, welcher durch eine Reihe ähnlicher Versuche feststellte, dass die richtige Zahlauffassung simultan gegebener optischer Reize von kurzer Expositionszeit in der Regel so weit reicht, wie der „Aufmerksamkeitsumfang", der 4—6 Eindrücke umfasst.

Aus dem Gesagten ersieht man, dass das Verhalten der Beobachter kleineren Zahlen gegenüber ein ähnliches ist. Verschieden verhielten sich die Beobachter grösseren Reizzahlen gegenüber, wie auf Grund der Angaben im Protokoll zu schliessen ist. Von Reizzahl 7 an erlebt Beobachter *Dürr* nur undeutliche Wahrnehmungen der ihm dargebotenen

---

[1]) Ph. Stud. Bd. III (1886) S. 126 ff.

Anzahl von Reizen, er hat nur den Eindruck unbestimmter Vielheiten. Die Urteile werden mittelbar gegeben in Verbindung mit Bewusstseinslagen der Unsicherheit und beruhen auf Prozessen, die zwischen Wahrnehmung und Abgabe des Urteils stattfanden. Diese Prozesse sind Versuche einer nachträglichen Zusammenfassung des ganzen Bildes der optischen Reize in Gruppen oder Versuche eines Messens des jeweils dargebotenen Bildes an einem früher gesehenen. Ebenso sind die Urteile von den Beobachtern *Watt* und *Nanu* mittelbar zu nennen, indem sie ähnliche Prozesse zur Hülfe nahmen. Im Gegensatz zu diesen Beobachtern gibt *Külpe* seine Urteile immer als unmittelbare ab auf Grund einer deutlichen Wahrnehmung des Gesamtbildes, das ein Zahlwort unter Einfluss der gestellten Aufgabe ohne weiteres reproduzierte. Die Reproduktion der dargebotenen Reihe von Eindrücken spielt auch bei ihm eine Rolle, aber nur als Prüfung der unmittelbar gemachten Angaben. Er unterscheidet Reihen von Eindrücken, bei denen ein solcher Prozess und infolge dessen ein Korigieren des abgegebenen Urteils möglich ist, und andere. bei denen solche Versuche misslingen. Eine Unfähigkeit das Urteil zu korigieren wurde zuerst bei 16 empfunden, dann bei 17, 18, 19 und 20. In solchen Fällen hat er als Urteil repräsentative Zahlen gegeben. Die von anderen Beobachtern zu Hülfe genommenen Prozesse fallen bei ihm aus, nur die scheinbare Symmetrie oder Asymmetrie ist als ein die unmittelbaren Urteile und das Korigieren derselben unterstützendes Moment zu erwähnen.

Das Mitgeteilte erklärt den Unterschied, der in den Tabellen VII, VIII und IX (a) zu sehen ist. Bei grösseren Reizzahlen, wie 11, 12, 13, 17, 19, 20 enthielt sich Beobachter *Dürr* jedes Urteils, ebenso Beobachterin *Nanu* bei 13, 15 und 20, und zwar infolge der Schwierigkeiten, die ihnen grössere Ausdehnungen der Bilder grösserer Zahlen bereiteten. Beobachter *Külpe* dagegen versuchte mit gutem Erfolge seine Aufmerksamkeit für möglichst grosse Strecken einzustellen, so dass bei kleineren Zahlen sehr oft eine Konzentration der Aufmerksamkeit auf einen kleineren Raum empfunden worden ist. Keine Ausdehnung brachte ihm Schwierigkeiten. Ebenso sind nur bei ihm die meisten richtigen Urteile für grössere Zahlen wie 10, 12, 19 und 20 zu finden.

Der grosse Mangel an Urteilen in den Tabellen X und XI (a) hat teilweise auch einen anderen Grund, insofern hier unter anderen Bedingungen verfahren worden ist. Es wurde den Beobachtern *Dürr* und *Watt* die Aufgabe gestellt, nur dann ein Urteil abzugeben, wenn sie vollkommen sichere, unmittelbare Angaben machen könnten mit Vermeidung jeder Reproduktion und der anderen Prozesse, die bei ihnen gewöhnlich eintraten.

Ferner ist zu erwähnen, dass in den Fällen, wo eine richtige Zahlauffassung nicht stattfand, sich die Beobachter auch verschieden verhielten, wie aus den Kolumnen 5, 6, 7 und 8 der in Rede stehenden Tabellen zu ersehen ist. Während nämlich die Beobachter *Dürr*, *Watt* und *Nanu* die Reizzahl durchschnittlich unterschätzten, sofern Unterschät-

zungen nicht nur häufiger stattfanden, sondern auch einen grösseren Betrag aufwiesen, neigte Beobachter *Külpe* zu Überschätzungen.

Dieses abweichende Resultat scheint sich wieder nur auf Grund des schon oben beschriebenen Unterschiedes in dem Verhalten der Beobachter erklären zu lassen. Denn danach darf man nämlich zwei Typen von Beobachtern unterscheiden, die wir als den analytischen und den synthetischen Typus bezeichnen wollen. Erster wird durch Prof. *Külpe*, letzterer durch die Beobachter *Dürr*, *Watt* und *Nanu* repräsentiert. Die letzteren zeigten in allen, auch in den später mitzuteilenden Versuchen, dieselbe Tendenz, wie schon oben mitgeteilt worden ist, das ganze Bild der optischen Reize aus seinen Teilen zusammenzusetzen. Sie wussten, wenn die Reize eine Figur andeuteten, die einzelnen Teile eher zu beschreiben, als das Ganze. Prof. *Külpe* dagegen hatte stets zunächst den Eindruck des Ganzen und wandte seine Aufmerksamkeit erst in zweiter Linie den Teilen zu. Die obige Unterscheidung deckt sich vielleicht bis zu einem gewissen Grade mit der *Messmer*'schen[1]) auf die Vorgänge beim Lesen bezüglichen Unterscheidung eines subjektiven und objebtiven Typus. Dieses verschiedene Verfahren bei der Beobachtung musste nun die verschiedenen Erfolge hervorbringen, die wir oben kennen gelernt haben. Es musste der „synthetische“ Beobachter weniger Reize wahrnehmen, als der „analytische“. Denn er hatte bei dem Mangel einer

[1]) Zur Psychologie des Lesens bei Kindern und Erwachsenen (1903).

in die Augen fallenden Gliederung des Gesamteindrucks nicht die Möglichkeit, durch nachträgliche Zusammenfassung das nicht aufgefasste zu ergänzen. Demgemäss findet sich bei „synthetischen“ Beobachtern auch häufig die Bemerkung im Protokoll, es sei eine gewisse (im Urteil angegebene) Anzahl von Reizen wahrgenommen worden, es sei aber auch das Bewusstsein vorhanden, dass noch mehr (unbestimmt, wieviel) Reize da waren. Abgesehen von der Art der Reizauffassung scheint nun aber kein in unseren Versuchen variiertes Moment auf Überschätzung oder Unterschätzung bedingend einzuwirken. Insbesondere zeigt sich bei unseren optischen Versuchen und innerhalb der hier eingehaltenen Grenzen (1—20) kein Einfluss der geraden Reizanzahlen auf die Richtigkeit der Angaben, im Gegenteil ist ein Übergewicht an richtigen Urteilen bei ungeraden Zahlen zu bemerken. Diese Tatsache kann man entnehmen aus der zweiten Rubrik der Tabellen VII—XI (b), deren Anordnung dieselbe ist, wie in den Tabellen I—VI (b). Eine Bevorzugung der geraden Zahlen lässt sich auch hier, wie bei den akustischen Versuchen, nur in dem Sinne konstatieren, dass in Fällen, wo nicht richtig geurteilt wurde, von diesen mehr Gebrauch gemacht worden ist, als von ungeraden.

Es galt nun weiter den Einfluss der Reizanordnung auf das Urteil über die Anzahl der Reize zu bestimmen, denn es schien von vornherein möglich, dass eine Anzahl symmetrisch zu einer regelmässigen Figur zusammengestellter Reize leichter aufgefasst werde, als dieselbe Anzahl in linearer

Anordnung dargebotener Reize. Es wurde daher eine Reihe von Versuchen ausgeführt, in denen die Reize (die Kreisflächen) in der Anzahl 6, 8, 10, 12 oder 16 bald als punktierte Linie wie früher, bald als Kreuz, Parallelogramm, Kreis oder Sechseck erschienen (vgl. Tafel I). Der Gesamtumfang der Figuren, die als geschlossene Linien erschienen, war annähernd gleich. Die Figuren Sechseck und Parallelogramm, in der längsten Diagonale gemessen, betragen 60—150 bezw. 80—180 cm; die Figur Kreis hatte im Durchmesser, ebenso je nach der Anzahl der Punkte, durch welche sie hergestellt erschien, zwischen 60—150 cm. Der Abstand zwischen den Punkten blieb in allen diesen Figuren konstant und betrug im Mittel 21 cm. Die Länge der schiefen Linie, da sie hier nur durch 6, 8, 10, 12 und 16 Punkte hergestellt war, variierte zwischen 130—250 cm. Die übrigen Versuchsbedingungen waren dieselben wie früher. Als Beobachter fungierten die Herren Prof. *Külpe* und *Watt*. Jede Beobachtung wurde zweimal ausgeführt. Die Ergebnisse dieser 100 Einzelversuche sind in den folgenden Tabellen XII bis XXI niedergelegt. Die Einteilung dieser Tabellen ist folgende: Kolumne 1 enthält die wirklichen Reizzahlen, Kolumne 2 die geschätzten Zahlen, die folgende Kolumne 3 die Anzahl der richtigen Urteile. In Kolumnen 4 und 5 findet man die Anzahlen der Urteile, bei welchen die Reizzahl überschätzt und unterschätzt wurde. Die Kolumnen 6 und 7 enthalten die mittleren Werte, um welche überschätzt und unterschätzt wurde.

Diagonale. Tabelle XII. Vp. *Watt.*

Wirkliche Zahl	Geschätzte Zahl		r	Zahl der Ueberschätzungen	Zahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8	2	0	0	0	0
10	—	10	1	0	0	0	0
12	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle XIII. Vp. Prof. *Külpe.*

6	6,7	8,7	1	1	0	1,5	0
8	8	9.8	1	1	0	0.5	0
10	12,13	12.14	0	2	0	2,75	0
12	18	17,19	0	2	0	6	0
16	20,22	20,22	0	2	0	5	0

Parallelogramm. Tabelle XIV. Vp. *Watt.*

6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	10	1	1	0	2	0
10	10	10	2	0	0	0	0
12	16,14	—	0	1	0	3	0
16	16	—	1	0	0	0	0

Tabelle XV. Vp. Prof. *Külpe.*

6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8.9	2	0	0	0	0
10	10,12	10	2	0	0	0	0
12	16,14	16	0	2	0	3,5	0
16	20,22	16	1	1	0	5	0

Kreuz. Tabelle XVI. Vp. *Watt.*

6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8	2	0	0	0	0
10	10	10	2	0	0	0	0
12	16	16	0	2	0	4	0
16	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle XVII. Vp. Prof. *Külpe.*

6	6,5	6,5,7	2	0	0	0	0
8	8,7	8	2	0	0	0	0
10	12	10	1	1	0	2	0
12	10,12	12,11,13	1	0	1	0	2
16	16,18	17,21	1	1	0	3	0

Kreis. Tabelle XVIII. Vp. *Watt.*

Wirkliche Zahl	Geschätzte Zahl		r	Zahl der Ueberschätzungen	Zahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8	2	0	0	0	0
10	—	10	1	0	0	0	0
12	12	14	1	1	0	2	0
16	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle XIX. Vp. Prof. *Külpe.*

6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8	2	0	0	0	0
10	8	12,14	0	1	1	3	2
12	16	16	0	2	0	4	0
16	20	18,22	0	2	0	4	0

Sechseck. Tabelle XX. Vp. *Watt.*

6	6	7	1	1	0	1	0
8	10	8	1	1	0	2	0
10	10	—	1	0	0	0	0
12	15	—	0	1	0	3	0
16	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle XXI. Vp. Prof. *Külpe.*

6	6	6	2	0	0	0	0
8	8	8	2	0	0	0	0
10	10	12	1	1	0	2	0
12	20	18,22	0	2	0	8	0
16	18	18	0	2	0	2	0

Unterziehen wir auch diese Tabellen einer genaueren Betrachtung! Da ergibt sich zunächst, wenn wir die Versuche mit linearer Anordnung der Reize hier und die gleichartigen Versuche, deren Ergebnisse in den Tabellen VII—XI niedergelegt sind, vergleichen, ein in beiden Fällen etwas abweichendes Resultat. Tabelle XII und XIII weisen nämlich bei Reizzahlen, die grösser sind als 8, gar kein richtiges Urteil mehr auf, während bei entsprechenden Versuchen der früheren Reihe doch gelegentlich noch richtige Urteile sich ergaben. Dieser Befund deutet auf eine Erschwerung des Urteils bei den hier in Rede stehenden Versuchen hin, die sich aus dem Wechsel der dem Beobachter erst mit der Exposition bekannt werdenden Reizanordnung hinreichend erklärt .Zu einer Erschwerung des Urteils trug auch bei die Grösse des auf dem weissen Schirme entworfenen Bildes der schiefen Linie. Die Beobachter waren meistenteils durch dieses Bild überrascht, da sie, wie sie zu Protokoll gaben, ihre Aufmerksamkeit nicht für so grosse Ausdehnungen eingestellt hatten. In Wirklichkeit war das Bild der schiefen Linie grösser als dasjenige einer anderen Anordnung. Es ergaben die Versuche, bei denen die Reize nicht in linearer Anordnung dargeboten, sondern zum Bild einer Figur vereinigt wurden, günstigere Resultate, als die frühere Versuchsreihe, womit die Auffassung von der Erleichterung des Zahlurteils durch symmetrisch angeordnete Reize sich bestätigt. Auch *Messenger* erhielt bei Darbietung regelmässig angeordneter Punkte mehr richtige Urteile als bei der Beobachtung unsymmetrischer Gebilde. (Vergl. a. a. O.

31 ff.). Ebenso *Warren* (a. a. O. 117). Doch war bei dessen Versuchen Zählen nicht immer ausgeschlossen, wenigstens wenn es sich um grössere Anzahlen von Punkten handelte.

Diese Erleichterung wird nun aber, wie unsere Ergebnisse lehren, durch verschiedene Konstellationen in verschieden hohem Grade bewirkt. Kolumne 2 in Tabellen XIV und XV lehrt, dass noch 10 Reize stets richtig aufgefasst werden, wenn sie zu einem Parallelogramm geordnet dargeboten werden. Aus Kolumne 2 der Tabelle XVI, XVII und XVIII, XIX ergibt sich, dass 8 Reize noch in allen Fällen richtig beurteilt werden, wenn sie zur Gestalt eines Kreuzes oder eines Kreises vereinigt wurden. Erschienen die Reize aber in Gestalt eines Sechsecks, dann wurden, wie aus Kolumne 2 der Tabellen XX und XXI zu ersehen ist, nur in 75 % der Fälle 8 Reize noch richtig hinsichtlich ihrer Anzahl beurteilt. Die Figuren Parallelogramm und Kreuz veranlassten auch im ganzen mehr richtige Urteile als Kreis und Sechseck, zeigen also auch auch in dieser Beziehung eine Erleichterung des Urteils. Wo die Anzahl der Reize nicht richtig beurteilt wurde, da fanden, wie aus Kolumne 4 der Tabellen XII—XXI hervorgeht, in den Fällen, wo die Reize zu einer Figur zusammen geordnet waren, vorwiegend Überschätzungen statt. Nicht nur der analytische, sondern auch der synthetische Typus des Beobachters überschätzt die Reize. Für den letzteren erklärt sich diese Tatsache daraus, dass bei der Zusammensetzung des Ganzen, die vom syntetischen Beobachter infolge der regelmässigen An-

ordnung der Teile nachträglich mit Erfolg vorgenommen werden konnte, diejenigen Reize, welche den Schnittpunkt zweier Linien darstellen, doppelt in Betracht gezogen werden. In nachträglicher Überlegung wurde dieser Fehler mehrfach bemerkt und die betreffende Erkenntnis zu Protokoll gegeben. Was dagegen den analytischen Typus des Beobachters betrifft, so haben wir einfach zu konstatieren, dass er im allgemeinen stets zu Überschätzungen geneigt erscheint. Auch in dieser Versuchsreihe macht sich dieselbe Tatsache geltend, dass gerade Zahlen in den Fällen, wo keine richtige Urteile gefällt werden, beim Urteil bevorzugt waren.

Nachdem nun in den vorausgehenden Versuchen sich gezeigt hatte, dass ein Wissen um die Art der Anordnung der Reize die richtige Zahlauffassung begünstigte, schien es zweckmässig, auch der Frage näher zu treten, ob die Hinlenkung der Aufmerksamkeit auf bestimmte, der Reizzahl naheliegende Zahlen nicht auch einen günstigen Einfluss auf die richtige Zahlauffassung ausübe. Die zu diesem Zweck angestellten 700 Einzelversuche waren dieselben wie die oben beschriebenen, mit dem einzigen Unterschied, dass der Versuchsperson vor dem Versuche Grenzen zugerufen wurden, innerhalb welcher Grenzen die Zahl der Reize zu suchen sei. Diese Grenzen wurden in einer Versuchsreihe so gewählt, dass der Versuchsperson die Möglichkeit einer Wahl zwischen 3 Zahlen, in einer anderen Versuchsreihe so, dass die Möglichkeit einer Wahl zwischen 4 Zahlen blieb. Die richtige Zahl fiel bald mit den zwischen den

angegebenen Grenzen liegenden Zahlen, bald mit den Grenzzahlen zusammen.

Endlich wurde auch eine Versuchsreihe so angestellt, dass der Versuchsperson anstatt der Grenzen, innerhalb deren die Reizanzahl zu suchen sei, eine einzige möglicherweise richtige Anzahl zugerufen wurde. Diese zugerufene Zahl entsprach entweder wirklich der Reizzahl oder sie war um Eins grösser oder um Eins kleiner als die letztere. Die Versuchsperson wusste aber nichts von den überhaupt oder im besonderen Fall vorliegenden Beziehungen der zugerufenen und der zu beurteilenden Zahlen. Versuchspersonen waren die Herren Prof. *Külpe*, *Watt* und Frl. *Borst*, die schon früher beobachtet hatten, und ausserdem Herr Dr. *Scheunert*.

Die Ergebnisse dieser Versuche sind in den folgenden Tabellen XXII—XXVI niedergelegt. Jede Tabelle enthält alle Versuche, die mit einer bestimmten Reizanordnung bei verschiedener Reizanzahl, mit den verschiedenen Beobachtern und den verschiedenen beschriebenen Modifikationen angestellt wurden. Die Resultate der einzelnen Beobachter zu trennen erwies sich nämlich als überflüssig, da die Differenzen des analytischen und der synthetischen Typus in den Fällen, wo die Reize zu Figuren angeordnet waren, auf die Ergebnisse keinen Einfluss ausübten. In den Versuchen, wo die Reize eine Linie bildeten, kam jene Differenz in Überschätzungen und Unterschätzungen wieder in Betracht. Aber es ist wohl nicht nötig dies in einer Zerlegung der Tabellen nochmals zum Ausdruck zu bringen. Kolumne 1 der folgenden Tabellen ent-

Diagonale. Tabelle XXII. Vp. Prof. *Külpe, Scheunert, Watt, Borst.*

Wirkliche Zahl	Untere Suggestionswerte	g	u	e	r in %	Zahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	5, 4-6, 3-6, 4-7	13	3	15	11/73,3	2/13,3	2/13,3	1,5	1,0
8	7, 6-8, 5-8, 6-9	8	4	11	6/54,5	—	5/45.4	0 0	1,3
10	9, 8-10, 7-10, 8-11	8	2	7	5/71,4	—	2/20,0	0,0	2.0
12	11, 10-12, 9-12, 10-13	6	1	5	3/60,0	1/20.0	1/20,0	3,0	2 0
16	15, 14-16, 13-16, 14-17	5	1	4	5/50,0	1/25,0	1/25,0	1,0	1,5
	Obere Suggestionswerte								
6	7, 6-8, 5-8, 6-9	12	4	15	11/73,3	1/6,7	2/13,3	1,0	1,0
8	9, 8-10, 7-10, 8-11	7	5	10	5 50,0	2/20,0	3/30,0	1,25	1,0
10	11, 10-12, 9-12, 10-13	5	2	5	2/40,0	2/40	1/20,0	2,0	1,5
12	13, 12-14, 11-14, 12-15	5	1	4	2/50,0	2/50,0	0	2,3	0,0
16	17, 16-18, 15-18, 16-19	6	1	4	0	4/100	0	3,3	0
	Mittlere Suggestionswerte								
6	6, 5-7	6	2	8	2/62,5	2/25,0	1/12,5	1,5	1,0
8	8, 7-9	5	2	6	5/83,3	1/16,7	0	1,0	0,0
10	10, 9-11	3	2	3	1/33,3	2/66,6	0	1 5	0,0
12	12, 11-13	3	2	3	0	2/66,6	1/33.3	1,7	1,5
16	16, 15-17	2	1	2	1/50,0	1/50,0	0	1,5	0

Sechseck. Tabelle XXIII. Vp. Prof. *Külpe, Scheunert, Watt, Borst.*

Wirkliche Zahl	Untere Suggestionswerte	g	u	e	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	5, 4-6, 3-6. 4-7	15	2	16	14/87 5	2/12,5	0	2,0	0,0
8	7, 6-8, 5-8, 6-9	15	2	16	15/93,7	1/6,3	0	1.0	0,0
10	9, 8-10, 7-10, 8-11	12	2	12	7/58 3	4/33,3	1/8,33	6,25	1,0
12	11, 10-12, 9-12, 10-13	8	1	8	6/75,0	2/25.0	0	9,0	0,0
16	15, 14-16, 13-16, 14-17	8	1	8	6/75,0	2/25,0	0	7	0
	Obere Suggestionswerte								
6	7, 6-8 5-8, 6-9	13	2	15	13/86,7	2/13,3	0	2	0,0
8	9, 8-10, 7-10, 8-11	13	3	16	13/81,3	3/18,7	0	3	0,0
10	11, 10-12, 9-12, 10-13	12	2	11	2/18,18	8/72,7	0	11,5	0,0
12	13, 12-14, 11-14, 12-15	9	2	10	4/40	6/60	0	9,66	0,0
16	17, 16-18, 15-18, 16-19	7	1	7	2/28,6	5/71,5	0	11,75	0,0
	Mittlere Suggestionswerte								
6	6, 5-7	7	1	8	7/87,5	1/12,5	0	1,0	0,0
8	8, 7-9	6	3	8	5/62,5	2/25,0	0	2,0	0,0
10	10, 9-11	7	1	7	4/57,1	2/28,6	0	5,0	0,0
12	12, 11-13	5	2	5	4/80,0	1/20,0	0	2,0	0,0
16	16, 15-17	5	0	4	21/50,0	3/75,0	0	6 5	0,0

Kreis. **Tabelle XXIV. Vp. Prof. *Külpe, Scheunert, Watt, Borst.***

Wirkliche Zahl	Untere Suggestionswerte	g	u		r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	5, 4-6, 3-6, 4-7	14	2	16	14/87,5	2/12,5	0	2	0,0
8	7, 6-8, 5-8, 6-9	11	4	14	8/57,1	5/35,7	1/7,14	4	2,0
10	9, 8-10, 7-10, 8-11	9	1	9	6/66,6	2/22,2	1/11,1	4	0,5
12	11, 10-12, 9-12, 10-13	7	0	7	6/85,7	1/14,3	0	4	0,0
16	15, 14-16, 13-16, 14-17	5	0	4	2/50	1/25	0	1	0,0
	Obere Suggestionswerte								
6	7, 6-8, 5-8, 6-9	12	6	16	10/62,5	5/31,3	1/6,3	3,5	0,0
8	9, 8-10, 7-10, 8-11	13	3	14	11/78,5	3/21,4	0	3,5	0,0
10	11, 10-11, 9-12, 10-13	6	3	6	0	6/100	2/33,3	7,25	3,0
12	13, 12-14, 11-14, 12-15	5	1	5	1/20	4/80	0	9,5	0,0
16	17, 16-18, 15-18, 16-19	4	2	4	1/25,0	3,75,0	0	8	0,0
	Mittlere Suggestionswerte								
6	6, 5-7	8	0	8	7/87,5	1/12,5	0	2,0	0,0
8	8, 7-9	6	2	8	4/50,0	3/39,5	1/2,5	4	1,0
10	10, 9-11	5	0	5	4/80,0	0	1/20	0	2
12	12, 11-13	6	1	6	3/50	1/16,7	2/33,3	4,0	4,0
16	16, 15-17	2	0	2	2/100	0	0	0	0

Parallelogramm. Tabelle XXV. Vp. Prof. *Külpe, Scheunert, Watt, Borst.*

Wirkliche Zahl	Untere Suggestionswerte	g	u	e	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	5, 4-6, 3-6, 4-7	16	0	16	16/1000	0,0	0,0	0,0	0,0
8	7, 6-8, 5-8, 6-9	15	2	16	13/81,3	2/12,5	1/6,3	1,5	2,0
10	9, 8-10, 7-10, 8-11	16	1	15	14/93,3	1/6,7	0	1,5	0,0
12	11, 10-12, 9-12, 10-13	15	0	15	13 86,6	0/6,7	1/6,7	4,0	2,0
16	15, 14-16, 13-16, 14-17	10	0	10	7/70	1/10,0	2/20	3.0	2,0
	Obere Suggestionswerte								
6	7, 6-8, 5-8, 6-9	16	0	16	16/100	0	0	0,0	0,0
8	9, 8-10, 7-10, 8-11	15	1	15	13/88,7	3/20	0	2,5	0,0
10	11, 10-12, 9-12, 10-13	16	0	15	11/73,3	4 26,6	0	8,0	0,0
12	12, 12-14, 11-14, 12-15	13	2	13	9 69,1	4/30.8	0	16.0	0,0
16	17, 16-18, 15-18, 16-19	13	0	12	6/50	5/41,6	0	9,5	0,0
	Mittlere Suggestionswerte								
6	5, 5-7	8	0	8	8/100	0	0	0	0
8	10, 7-9	8	0	8	8/100	0	0	0	0
10	10, 9-11	8	0	7	4/57,1	2/28,6	1/14,3	4	0,5
12	12, 11-13	7	0	7	6/85,8	1/14,3	0	26,0	0,0
16	15, 15-17	7	0	6	4/66,6	0	2/33,3	1,5	0

Kreuz. Tabelle XXVI. Vp. Prof. *Külpe, Scheunert, Watt, Borst.*

Wirkliche Zahl	Untere Suggestionswerte	g	u	e	r in %	Anzahl der Ueberschätzungen in %	Anzahl der Unterschätzungen in %	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
6	5, 4-6, 3-6, 4-7	15	1	16	15/93,7	0	1/6,3	0,0	1,0
8	7, 6-8, 5-8, 6-9	16	0	16	15/93,7	1/6,3	0	0,0	0,0
10	9, 8-10, 7-10, 9-11	9	5	13	6/46.15	4/30,8	3/23,1	2,5	2,5
12	11, 10-12, 9-11, 10-13	7	2	15	13 86,6	0	2/13,3	0,0	4,0
16	15, 14-16, 13-16, 14-17	10	0	9	18 88.8	1/11,1	0	2.0	0.0
	Obere Suggestionswerte								
6	7, 6-8, 5-8, 7-9	16	0	16	14/87,5	2/12,5	0	4,0	0,0
8	9, 8-10, 7-0,1 7-11	15	1	16	15/93,7	0	1/6,3	0,0	1,0
10	11, 10-12, 9-12, 10-13	11	2	13	9/69,2	4/30,8	0	4.5	0,0
12	13, 12-14, 11-14, 12-15	18	0	16	14 87,5	0	2/12,5	0	4,0
16	17, 16-18, 15-18, 16-19	14	1	13	9/69,2	3/23,1	1/7,6	4.0	1.0
	Mittlere Suggestionswerte								
6	6, 5-7	8	0	8	8/100	0	0	0,0	0,0
8	8, 7-9	8	0	8	8/100	0	0	0,0	0,0
10	10, 911	7	0	7	6/85,8	1/14,3	0	2,0	0,0
12	12, 11-13	6	1	7	6/85,8	1/14,3	0	1,0	0,0
16	16, 15-11	8	0	8	8/100	0	0	0,0	0,0

hält nun die Angabe der Anzahl der jeweils dargebotenen Reize. Kolumne 2 gibt an, welche Zahlen der Versuchsperson vor dem Versuch zugerufen wurden. Kolumne 3, die in drei kleinere eingeteilt ist, enthält in der ersten die Anzahl g der Angaben, in welchen gerade Zahlen als Urteil ab gegeben werden, in der zweiten die Fälle u, in welchen die Angaben ungerade Zahlen waren, und in der dritten e die Anzahl der zuerst über eine Reizzahl abgegebenen Urteile. Kolumne 4 enthält die Zahlen der richtigen Urteile. Kolumne 5 und 6 berichtet über die Anzahl der Überschätzungen und Unterschätzungen, Kolumne 7 und 8 über die mittleren Anzahlen, um die über- und unterschätzt wurde.

Vergegenwärtigen wir uns nun die allgemeinen Ergebnisse, welche sich den mitgeteilten Tabellen entnehmen lassen. Da ergibt sich zunächst aus Kolumne 4 der Tabellen die schon früher festgestellte Tatsache, dass die Anordnung der Reize in Form von Figuren die richtige Zahlauffassung in verschiedenem Masse begünstigt gegenüber der Anordnung in Form einer Linie. Wiederum ermöglicht die Anordnung in Form eines Parallelogramms und eines Kreuzes die in mehr Fällen von allen Beobachtern vollzogene richtige Beurteilung grösserer Reizzahlen, als die Anordnung in Form eines Kreises und Sechsecks. Die Begünstigung der richtigen Zahlauffassung durch die verschiedenen Anordnungen der Reize ist graphisch veranschaulicht in Figur I (Taf. I). In dieser Figur bezeichnen die Zahlen in der Ordinatenrichtung den Prozentsatz z der r, die Zahlen an den Enden der Kurven die Reizzahlen,

auf welche sich die einzelnen Figuren beziehen. Die Begünstigung der richtigen Zahlauffassung aber durch Richtung der Aufmerksamkeit auf bestimmte der Reizzahl mehr oder weniger nahestehende Zahlen zeigt sich nicht darin, dass grössere Reizanzahlen als früher unter allen Umständen oder auch nur in allen gleichartigen Versuchen von allen Beobachtern richtig beurteilt wurden, sondern darin, dass öfters als früher, wie eben Figur 1 zeigt, auch sehr grosse Reizanzahlen richtige Abschätzungen erfuhren. Ferner ist zu bemerken, dass die Beschaffenheit der zugerufenen Grenzen und einzelnen Zahlen, wie aus Kolumne 4 der Tabellen XXII—XXVI zu entnehmen ist, nicht ohne Einfluss blieb, da die günstigsten Resultate gewonnen werden, wo die im voraus genannten Grenzen unter der wirklich dargebotenen Reizzahl lagen. Kolumne 3 derselben Tabellen beweist, dass für die gemachten Angaben gerade Zahlen vor ungeraden bevorzugt werden.

Kolumne 4 bringt als Resultat, das manche Figuren öfters überschätzt werden. Dieser Charakteristik nach liessen sich die Figuren in folgender absteigender Anordnung einreihen: Kreuz, Parallelogramm, Kreis und Sechseck. Diese hier mitgeteilten Resultate lassen sich wiederum nur auf Grund der Angaben im Protokoll erklären. Die Erschwerung des Urteils bei linearer Anordnung anderen Anordnungen gegenüber liess sich schon in früheren Versuchen durch die grosse Ausdehnung dieser Figur erklären. Eine Analyse der Erlebnisse der Beobachter bei anderen Anordnungen wird auch die Tatsache erklären, warum diese auch im ver-

schiedenen Grade die richtige Zahlauffassung begünstigten. Auch hier müssen die zwei oben unterschiedenen Typen in Betracht gezogen werden. Für den synthetischen Typus, bei seiner Tendenz das wahrgenommene Bild aus Teilen aufzubauen, musste sicher die Figur Kreuz als die günstigste für ihre Auffassung gelten. Die Auffassung dieser Anordnung vollzog sich von deren erster Darbietung an bei den Beobachtern *Borst, Watt* und *Scheunert* als ein Quadrat in der Mitte mit in der Richtung der Diagonalen verlängerten Armen. Auch die öftere Überschätzung dieser Constellation lässt sich nur auf diese Art von Auffassung zurückführen. Das schiefe Kreuz, hergestellt durch 6 und 10 Punkte, hatte ungleichmässige Arme. Die Beobachter meinten, es wäre ihnen die in Wirklichkeit vorhandene Gleichmässigkeit nur in der Auffassung entgangen, deshalb fügten sie bei Abgabe ihres Urteils noch eine Anzahl von Punkten hinzu, soviel nach ihrer Ansicht zur Herstellung der Symmetrie erforderlich waren. Dieses Erlebnis findet sich besonders bei Beobachterin *Borst,* die das Kreuz durch 10 Punkte hergestellt für unvollkommen gehalten hat und immer als Urteil 11 angab. — Auch sonst gab diese Figur Veranlassung überschätzt zu werden, indem die vier Punkte des in der Mitte aufgefassten Quadrates doppelt gerechnet wurden, einmal als dessen Teile und sodann als den Armen zugehörend. Dem analytischen Typus, der vom Gesamtbild in seiner Auffassung ausging, schien diese Constellation wegen zu grosser Unregelmässigkeit besonders ungünstig, sie veranlasste sehr oft bei ihm verzögerte Angaben. Dass die An-

ordnung im Sechseck die Zahlauffassung im geringeren Masse als das Parallelogramm begünstigte, lässt sich aus der einfachen Tatsache erklären, dass die Beobachter des synthetischen Typus, ausser Beobachter *Scheunert*, im Unklaren über die Form dieser Figur blieben, sie unterschieden keine Seiten und nannten die Figur entweder eine Ellipse, oder einen zugespitzten Kreis. War einmal die Form dieser Figur erkannt, wie vom Beobachter *Scheunert*, so bereitete sie ebenso wenige Schwierigkeiten, wie die Anordnung im Parallelogramm. Mit überraschender Genauigkeit konnte Beobachter *Scheunert* bei ungleichmässiger und gleichmässiger Anordnung dieser Figur die Anzahl der in den Seiten enthaltenen Punkte angeben. Klar und deutlich wurde von Beobachtern des synthetischen Typus die Form des Parallelogramms aufgefasst, und infolge dessen hat sie in hohem Grade die richtige Zahlauffassung begünstigt. Dagegen wurde die Form dieser Figuren vom analytischen Typus für weniger günstig gehalten, da die ungleichen Seiten des Parallelogramms und Sechsecks diesen eine Unregelmässigkeit verleihen. Grosse Unsicherheit in der Auffassung herrschte für den synthetischen Typus bei Darbietung des Kreises. Beobachter *Scheunert* gab zu Protokoll, er hätte keine Anhaltspunkte, die Figur in Teile zu zerlegen, und es machte sich bei allen Beobachtern dieses Typus bei der Auffassung dieser Figur ein Mangel an Urteilen geltend. Leicht fasslich war der Kreis für den analytischen Typus, da keine Unregelmässigkeit der Teile vorhanden war.

In den bisher beschriebenen Versuchen hat sich gezeigt, dass da, wo eine Anzahl von simultan gebotenen optischen Reizen zu gross ist, um ein richtiges Urteil ohne weiteres zu ermöglichen, Über- und Unterschätzungen nicht regellos durcheinander vorkommen, sondern dass eine gewisse Gesetzmässigkeit in dem Auftreten von Überschätzungen und Unterschätzungen besteht. Diese Gesetzmässigkeit wollen wir einstweilen so formulieren, dass in den Fällen, in welchen sich nicht durch übersichtliche Anordnung der Reize oder durch die Beobachtungsmethode das Gesamtbild vor dem Bild der Einzelheiten aufdrängt, im allgemeinen Unterschätzungen stattfinden. Ist nun diese Gesetzmässigkeit allgemein gültig, so müssen Reizanordnungen, die es auch dem analytischen Typus des Beobachters schwero der unmöglich machen, die Gesamtheit der Reize von vornherein in einem Totaleindruck festzuhalten, überwiegend Unterschätzungen herbeiführen. Zur experimentellen Nachprüfung dieser Annahme und um die Bedingungen zu untersuchen, unter welchen die Zahlauffassung grösserer Zahlen geschieht, wurden Versuche angestellt, bei denen sehr viele Reize ohne regelmässige Anordnung dem Beobachter dargeboten wurden. Die Reizanzahlen betrugen jeweils 125, 101, 90, 82, 71, 63, 55, 42, 36, 28, 25 oder 21. Jede dieser Reizanzahlen wurde jedem Beobachter zwei Mal geboten. Als Beobachter fungierten die Herren *Watt, Abbott* und Prof. *Külpe.* Der Umfang des Feldes, auf dem die Reize erschienen, war in allen Versuchen gleich gross und betrug 230 cm, auch die Reize selbst besassen stets gleiche

Gestalt und Grösse, sie stellten wie in den früheren Versuchen leuchtende Kreisscheibchen von 5 cm Durchmesser dar. Was also von Fall zu Fall mit der Anzahl variirte, war die Dichtigkeit der Anordnung. Alle übrigen Versuchsbedingungen waren die gleichen wie früher. Die Ergebnisse dieser Versuche sind in folgender Gesamttabelle XXVII niedergelegt. Die Zusammenfassung rechtfertigt sich dadurch, dass Unterschiede in den vom analytischen und synthetischen Typus gewonnenen Resultaten nicht mehr hervortreten. Die Anordnung der Tabelle ist die Gleiche wie früher. Die einzelnen Kolumnen enthalten von links nach rechts die Angabe der Reizanzahl, die Angaben der geschätzten Zahlen, der Anzahl richtiger Urteile, der Anzahl von Überschätzungen, von Unterschätzungen, der mittleren Grösse der Überschätzungen und der Unterschätzungen.

Eine Vergleichung von Kolumne 4 und 5, 6 und 7 dieser Tabelle lehrt, dass die Unterschätzungen in allen Fällen an Zahl und Grösse die Überschätzungen übertreffen. Die oben ausgesprochene Erwartung findet also ihre Bestätigung. Ausserdem ergibt sich aus der Betrachtung der sechsten und ersten Kolumne, dass mit der Abnahme der Reizanzahlen die Grösse der Unterschätzungen abnimmt, ein Resultat, das seine einfache Erklärung darin findet, dass kleine Reizanzahlen ein dem richtigen Urteil mehr angenähertes Urteil ermöglichen, als grössere Reizanzahlen.

Mehr als zwanzig simultan dargebotene Reize ohne regelmässige Anordnung wurden also in keinem Fall mehr richtig beurteilt, wurden niemals in einem

Tabelle XXVII. Vp. Prof. *Külpe, Abbott, Watt.*

Wirkliche Zahl	Geschätzte Zahl Vp. K.		Vp. A.		Vp. W.		r	Zahl der Ueberschätzungen	Zahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
125	60	60	60	80,90,100	70,80	140	0	1	5	5	56
101	60	60	50.70	50.60	120	120.140	0	2	4	8	28
90	60	60	70,60,80	70	100	120	0	2	4	6	16
82	50	60	50	40,50	90	100	0	2	4	4	20
71	40	60	30,50	40	60	80	0	1	5	3	21
63	30,40	40	50	30,40	60	100	0	1	5	12	16
55	30	30.40	40,50	25	40	50	0	0	6	0	19
42	40	30	20,25	25,30	30	40	0	0	6	0	10
36	20,25	30	15,25	20	30	30	0	0	6	0	9
28	20,25	30	16,20	12	25	15,20	0	1	5	0,66	8,16
25	30	30	15	20	20	15	0	2	4	—	—
21	15	15	12	15,20	25	15,20	0	1	5	—	—

Tabelle XXVIII. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Concentrische Kreise um die Mitte der Figur angeordnet.

Wirkliche Zahl	Geschätzte Zahl				r	Zahl der Ueberschätzungen	Zahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
100	100	100	—	—	2	0	0	0	0
50	30	20	—	—	0	0	2	0	12.5
30	20	20	—	20	1	0	2	0	5

Tabelle XXIX. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Concentrische Kreise, Mitte der Figur frei.

100	100	100	—	—	2	0	0	0	0
50	40	40	—	—	0	0	2	0	5
30	30	40	30,40	—	2	1	0	5	0

Tabelle XXX. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Concentrische Vierecke um die Mitte der Figur.

100	100	100	64,100	81	2	0	0	0	18
50	40,50	50	48	50	2	0	2	0	3,5
30	30	30	35,40	30	3	1	0	3.5	0

Tabelle XXXI. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Concentrische Vierecke, Mitte der Figur frei.

Wirkliche Zahl	Geschätzte Zahl				r	Zahl der Ueberschätzungen	Zahl der Unterschätzungen	Grösse der Ueberschätzungen	Grösse der Unterschätzungen
100	80	100	80	60,80	1	0	3	0	22,5
50	60	50	—	—	1	1	0	5	0
30	20	25	40	24	0	1	3	2,5	6,75

Tabelle XXXII. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Mehrere Kreise.

100	80	80	—	2	0	1	2	11	10
50	40	50	83	65	1	2	1	12,7	5
30	30	40.30	—	—	1	1	0	2,5	0

Tabelle XXXIII. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Mehrere Vierecke.

100	60,80	80	—	—	0	0	2	0	22.5
50	30	40	68	65,70	0	2	2	8,87	7,5
30	30	50	38,42	54	1	3	0	18,5	0

Tabelle XXXIV. Vp. Prof. *Külpe, Abbott.*
Sternförmige Figur.

100	80	80	104	—	0	1	2	2	10
50	50	50	42	50	3	0	1	0	4

der Auffassung der Einzelheiten vorausgehenden Totaleindruck erfasst und wurden demgemäss überwiegend unterschätzt. Auch in dieser Versuchsreihe wurden, wie in der Rubrik der geschätzen Zahlen zu sehen ist, mehr gerade Zahlen bei den Urteilen bevorzugt.

Wie würde sich nun die Beurteilung gestalten, wenn man grössere Reizanzahlen in übersichtlicher Anordnung darbieten würde? Diese Frage sollte durch eine letzte Gruppe von Versuchen noch ihre Beantwortung finden. Die Formen der Anordnung, in denen 30, 50 und 100 Reize den Beobachtern Prof. *Külpe* und *Abbott* je zwei Mal dargeboten wurden, waren die in Tafel II wiedergegebenen.

Alle übrigen Versuchsbedingungen waren die gleichen wie bei den Versuchen der Tabelle XXVII. Die Ergebnisse der Versuche sind in folgenden Tabellen XXVIII bis XXXIV niedergelegt, deren Anordnung wiederum dieselbe ist wie früher.

Aus Kolumne 1 dieser Tabellen ergibt sich das einigermassen überraschende Resultat, dass in einer Reihe von Fällen bei regelmässiger Anordnung von 30, 50, ja selbst 100 simultan dargebotenen Reizen richtige Urteile erzielt wurden. Ausserdem zeigt sich, dass bei diesen erleichterten Auffassungsbedingungen für die Reizanzahl 30 wieder die Überschätzungen, häufiger waren als die Unterschätzungen, während auch sonst hier wieder mehr Unterschätzungen vorkamen.

Bei einem Vergleiche dieser beiden Versuchsreihen sehen wir, dass nur durch Anwendung des letzten Verfahrens man der Abschätzung grösserer Zahlen und ihrer richtiger Auffassung näher kommen

konnte. Das erklärt sich aus den Bedingungen, unter denen verfahren worden ist. Die Aussagen der Beobachter in der ersten Versuchsreihe sind Ausdruck für die ungünstigen Bedingungen, unter welchen die Beobachter ihre Beurteilung zu vollziehen hatten, sie weisen auf grosse Abhängigkeiten und Unsicherheiten der Urteile hin. Die wechselseitige Abhängigkeit der Angaben macht sich dadurch geltend, dass hier der Kontrast eine so grosse Rolle spielt, so dass, wenn wenige vielen Punkten vorangegangen waren, der Eindruck der Vielheit besonders stark war und umgekehrt. Ebenso waren die Zahlschätzungen davon abhängig, ob die Zahl der Punkte absolut genommen als „viel“ oder „wenig“ erschien. Ferner schien sich, da die Anzahl der Objekte nicht gross war, zwischen Objekt und Urteil im Laufe der Versuche eine Association herauszubilden, so dass das gleiche Objekt eine Tendenz hatte das gleiche Urteil hervorzubringen.

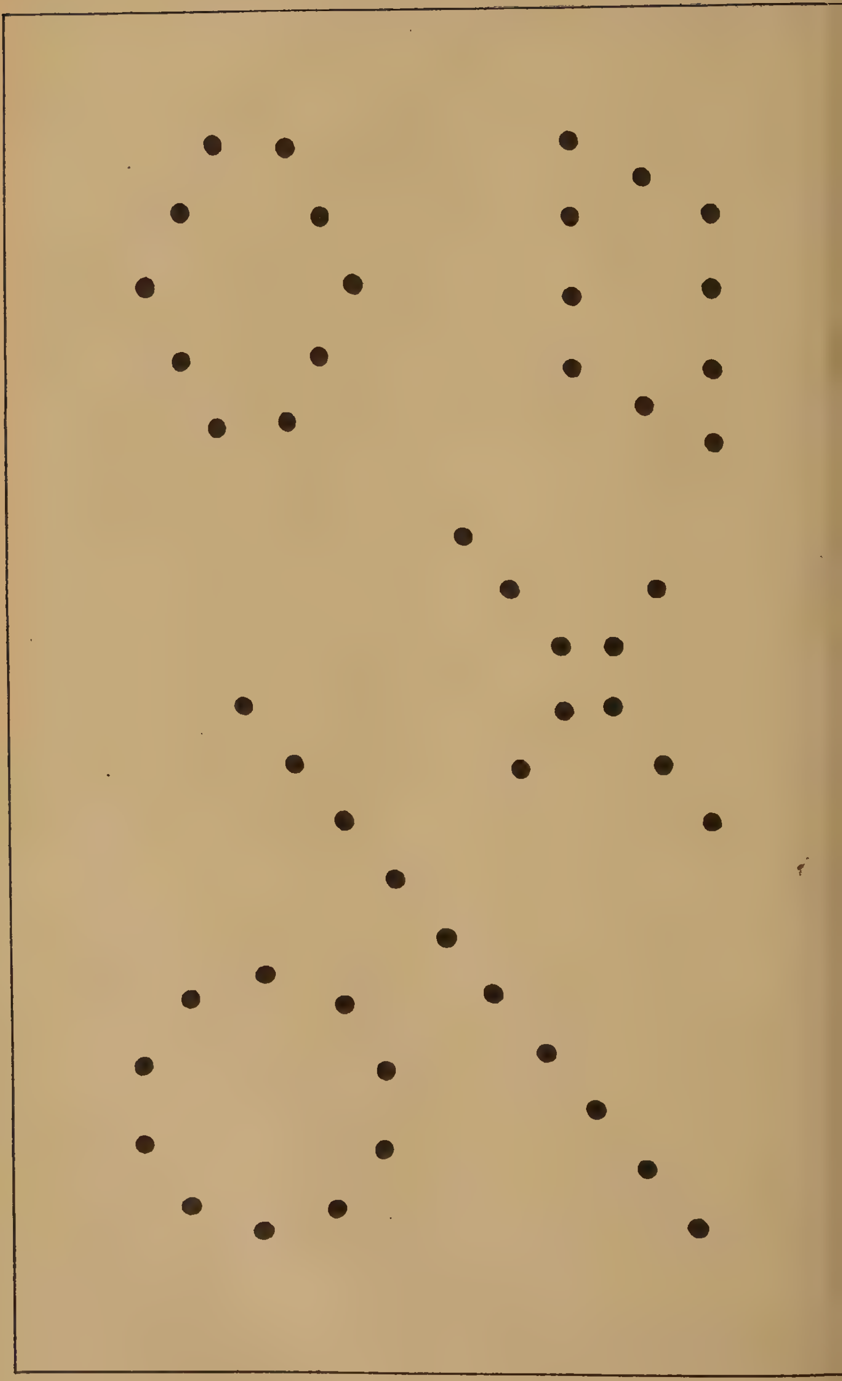
Dass sich hier die Neigung zu unterschätzen so stark geltend macht, lässt sich erklären dadurch, dass das Festhalten der Reizzahl in einem Totaleindruck dem Beobachter unmöglich erschien, sogar Beobachter *Külpe*, der den analytischen Typus repräsentirt, spricht von überwältigenden Eindrücken der Reizzahl. Anders gestaltet sich die Beurteilung der Reize in der letzten Gruppe von Versuchen. Bei regellosen Punkthaufen, kann man sagen, hatte der Beobachter gleich den Eindruck der Unmöglichkeit des Erfolges, Aussagen wie folgende: furchtbar viele Punkte, überwältigender Eindruck, ungeheure Menge fehlen bei der Wahrnehmung ebenso grosser

Reizzahlen in übersichtlicher Anordnung. Mangel an Regelmässigkeit, Einfachheit, ungleiche Abstände zwischen Punkten der Figuren waren bei den regellosen Punkthaufen Verhältnisse, die auf die Zahlauffassung und -Schätzung ungünstig wirkten, bei den geometrischen Figuren fielen aber alle diese Momente fort, und eine jede Constellation besass einen Grad der Regelmässigkeit oder Unregelmässigkeit, der als solcher aufgefasst wurde, als ein erleichterndes oder erschwerendes Moment zur Geltung kam. Die Figuren mit einander eingeschriebenen Vierecken waren im Vergleich mit den kreisförmigen viel leichter abzuschätzen und aufzufassen. Als ein Erleichterungsmoment wurde auch die Lagerung der Punkte um die Mitte der Figur empfunden. Die Reproduktion dieser Figuren, wurde von Beobachter Prof. *Külpe* als unmöglich empfunden, im Gegenteil dazu spielt die Reproduktion eine grosse Rolle bei Beobachter *Abbott*, das Bild konnte als aus Teilen bestehend reproduziert werden, und wo diese Möglichkeit fehlte, spürt man bei ihm auch Mangel an Urteilen, wie bei der Auffassung der kreisförmigen Figuren, wo ihm eine Zerlegung und eine Reproduktion als besonders schwer vorkam. Dies alles zeigt die Zahlauffassung in ihrer Abhängigkeit nicht nur von der Anzahl der dargebotenen Reize, sondern auch von deren Anordnung, und es scheint, dass diese die Hauptrolle spielt, insofern ebensoviele Reize, die bei den Versuchen mit Punkthaufen kein richtiges Urteil zuliessen, bei einer regelmässigen Anordnung, wie derjenigen von Gruppen geometrischer Figuren, doch richtig erkannt wurden.

Zum Schluss fasse ich die in dieser Arbeit gewonnenen Resultate zusammen:

1. Die höchste Anzahl von Metronomschlägen, die in allen Fällen von allen Beobachtern richtig beurteilt wurde, war bei unseren Versuchen gleich 11.
2. Einzelne Beobachter, die das Rhythmisieren nicht unterdrücken konnten, beurteilten auch grössere Anzahlen (bis zu 15) immer richtig.
3. Das Rhythmisieren konnte von einigen Beobachtern unterdrückt werden durch besondere Hilfsmittel (tiefes Atmen, Fixieren der Augen).
4. Die höchste Anzahl von Punkten, die in allen Fällen von allen Beobachtern richtig beurteilt wurde, wenn man ihnen Punktreihen mit variabler Punktzahl darbot, war 5.
5. Die Beobachter zerfielen nach der Art ihres Urteilens in zwei Gruppen, die einem analytischen und synthetischen Typus entsprechen.
6. Wo nicht richtig geurteilt wurde, wurde eine kleinere Punktzahl vom analytischen Typus vorwiegend überschätzt, vom synthetischen unterschätzt.
7. Die höchste Anzahl von Punkten, die von allen Beobachtern in allen Fällen richtig geschätzt wurde, wenn man ihnen Punktreihen abwechselnd mit anderen Figuren darbot, war für die Punktreihe 6. Hier macht sich eine Erschwerung der Aufgabe dadurch geltend, dass grössere Punktzahlen, die in der ersten Gruppe noch hin und wieder richtig aufgefasst worden waren (10, 12, 16), nie mehr richtig beurteilt wurden.

8. Die Anordnung der ihrer Zahl nach zu bestimmenden Punkte in Figuren begünstigte die richtige Zahlauffassung in verschiedenen Grade: Kreuz, Parallelogramm, Kreis, Sechseck, wobei die beiden ersten relativ günstige, die beiden letzten relativ ungünstige Fälle darstellen.
9. Höchste Zahl von Punkten, die von allen Beobachtern in allen Fällen bei gleicher Figur richtig beurteilt wurde, war für das Parallelogramm 10, für Kreuz und Kreis 8, für das Sechseck 8 nur in 75 % richtiger Fälle.
10. Wo nicht richtig geurteilt wurde, wurde im allgemeinen unterschätzt.
11. Beim Zurufen von Grenzen und einzelnen Zahlen begünstigten die Figuren die richtige Zahlauffasssung in verschiedenem, der obigen Reihe (8) entsprechendem Grade: Kreuz, Parallelogramm, Kreis, Sechseck.
12. Die Begünstigung der Auffassung bei 11. gegenüber 8. besteht darin, dass hier öfters grössere Reizanzahlen richtige Schätzungen erfahren, ohne dass wie dort eine bestimmte Zahl von Punkten von allen Beobachtern in allen Fällen richtig beurteilt wurde.
13. Wo nicht richtig geurteilt wurde, wurde die Punktreihe unterschätzt, die anderen Figuren im allgemeinen überschätzt.
14. Regellose Punkthaufen wurden durchweg unterschätzt.
15. Gruppen von Figuren wurden im allgemeinen unterschätzt.



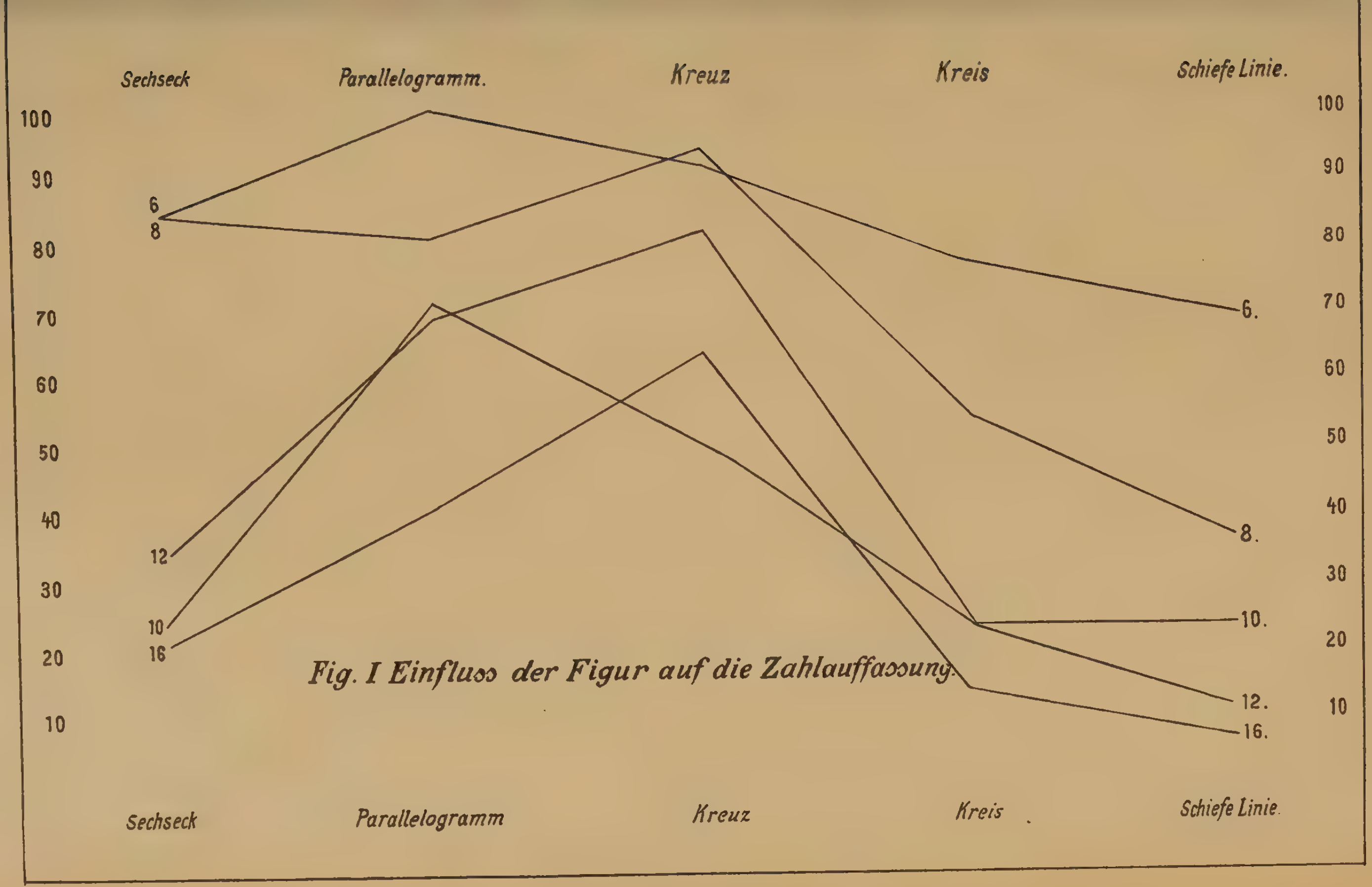


Fig. I Einfluss der Figur auf die Zahlauffassung.

Tafel I.

Vita.

Ich, Helene Alexander Nanu, bin geboren den 20. Juni 1874, in Jassy (Rumänien), Bezirk Jassy, griechisch-katholischen Glaubens, Tochter des Bankdirektors Alexander Nanu und seiner Ehefrau Marie, geborene Iwanowitsch. Von 7—11 Jahren besuchte ich in meinem Geburtsort eine Elementarschule, nachdem fand ich durch Cencurrenz-examen Aufnahme in die Normalschule, wo ich fünf Jahre verblieb. Zur Fortbildung besuchte ich drei Jahre ein Mädchengymnasium und beschloss die Gymnasialstudien mit dem Abiturientenexamen. Im Jahre 1893 liess ich mich als Studentin bei der geschichtlich-philosophischen Fakultät an der Universität Jassy immatrikulieren und bestand 1898 das Licenzexamen. Zur weiteren Ausbildung bezog ich im Jahre 1898 die Leipziger Universität, wo ich während dreier Semester die Vorlesungen der Herrn Professoren Wundt, Volkelt, Schiller, Sievers, Barth, Elster und Körber besuchte; im Sommer-Semester des Jahres 1900 hörte ich an der Berliner Universität Vorlesungen bei den Herren Professoren Stumpf, Paulsen, Dessoir, Erich, Schmidt und Schumann. Nach meiner Rückkehr war ich während zwei Jahre als *Professora* der Philosophie und Pädagogik an einer staatlichen höheren Mädchenschule in Jassy tätig. Im Winter-Semester des Jahres 1902 bezog ich die Universität Würzburg, wo ich während drei Semester die Vorlesungen der Herrn Professoren Külpe, Marbe,. Roetteken und Petsch hörte und zugleich im psychologischen Institut unter Leitung des Herrn Professor Marbe arbeitete.

Den Herrn Professoren Marbe und Külpe und dem Herrn Privatdozenten Dürr spreche ich hier für ihre mannigfache Unterstützung und Anregung meinen verbindlichsten Dank aus.